

高等学校におけるこれからの数学教育

～「創」を内包する知を育てる～

茨城大学 根本 博

はじめに

いま、生徒たちを見ていて気になることがあります。数学の学習というと、恰も用意された答えを捜し出すことと思っている。また、問題が与えられると途端に数式で処理をし始める様子を見ると、短時間で結果を出さなければならないと考えている。そして、とにかく正解を知りたがる。こうした生徒が以前より多くなったように感じます。あらかじめ用意された答えを見付けておしまいというのではなく、自らの知識や経験と結び付け、自分なりに力を尽くして学び続ける力、あるいは「～ということとは？」と自らその先へ思考を進める力を身に付けられるようにすることが大切であると考えます。こうした力を育てるために、高等学校における数学の指導でこれからどんなことが求められるか考えてみたいと思います。

1 これからの社会に求められる資質・能力

1) 情報化の影響と若者を取り巻く社会

旺盛で幅広い好奇心に欠ける。考える力が弱い。／物事の本質をとらえる力、異質なものの間に共通点を見出してそれらを統合する力が弱い。／マニュアル指向でしじされたことはそつなく効率よくこなせるが、自分で新しいものを作り出すことは苦手。… など

瀬木比呂志 「リベラルアーツの学び方」
ディスカバートウェンティワン 2015.5.

2) 学習状況と求められる力 数学学習に対する意識

よく観ること / 粘り強く考え続けること

2 ‘主体的に学ぶ’ という文化

1) ‘生産的傾性’ *Productive disposition* をはぐくむ

数学学習を通して熟達^{proficiency}が求められる事項

2) ‘数学的に考える方法’ を

数学に学ぶ、数学から学ぶ (自分に問いかける)

3 数学科における 知的活動の一層の喚起

～ 感性の萌芽を論理(知的活動)の発揚へ

1) 生徒の思考に見合う価値のある実践を

‘自らの知識や経験と結び付ける’ / 既知の価値

2) ‘振り返る’ は ‘振り返って考え続ける’ こと

looking back & ahead / future-oriented
未来を引き寄せる

まとめ

人間には曖昧さを認識する能力がある。複雑多様な状況に応じ対応できる能力を備えている。こうした曖昧認識、曖昧思考(「～ということとは？」と自らに問い「～ではないか」と考える)を行うことができる能力こそ創造的探究的な活動を惹起し、その後の自己修正を遂行するのに不可欠なものであると考える。

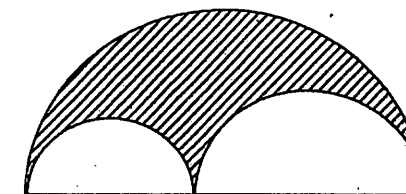
そして、ここに考えを深め新たな‘知識’を見いだそうとする行為 — 主体的な学び が生まれるのではないかと考える。

... what he discovers for himself, that is of real value to him

J.Perry 'Teaching of Mathematics' 1901. p.226.

斜線部と同じ面積をもつ円を …

アルベロス
arbelos



参考図書

- 1) 教育再生実行会議 「これからの時代に求められる資質・能力と、それを培う教育、教師の在り方について」 第七次提言 H27.5.14. http://www.kantei.go.jp/jp/singi/kyouikusaicei/pdf/dai7_1.pdf
- 2) 根本 博「数学教育と人間の教育 ～ ‘振り返る’ 活動を考える」※) 新興出版社 啓林館 2014.11.1.
- 3) J.Barrat「人口知能—人類最悪にして最後の発明」水谷訳 クイーンズ社 2015.6.18.
- 4) NCTM. 'Principles to Actions — Ensuring Mathematics Success for All' 2014. 他 略

考えるという事はむずかしいことであり、苦しいことでもあります。ことに非合理性に満ちている現実におきまして、考えるという事は容易ではありません。それは無力とさえ考えなくてはならないものであります。しかし、その非合理性の支配する世界においてこそ、それをいかにして合理化し、世界に真と善と美をもたらすかを考えなければならぬのであります。

ひとは、あるいは思索の無力を説くかもしれません。大切なことは考えることではなく実践することであると主張されるかもしれません。それはそのとおりであります。しかし、実践はそれがただ実践であることによって尊いものではありません。実践は、それがよりよいものへの実践であることによって尊いのであります。そしてその「よりよいもの」とは何かということとは、それこそ精神の思索によってのみ明らかとなるのであります。そうして、そのよりよいもの、よりよいものが初めからあって、それを精神がただ暗闇から明るみに引き出すのではないということでもあります。精神そのものが常にみずからよりよいものを創造するのであります。考えるというこの尊さ、考えるというこの喜びは、まさにそのようにしてよりよいもの、より正しいもの、より美しいものを創造するということにあると思うのであります。そして、それこそまさに人間として生きる喜びではないかと私は考えるのであります。

(中略)

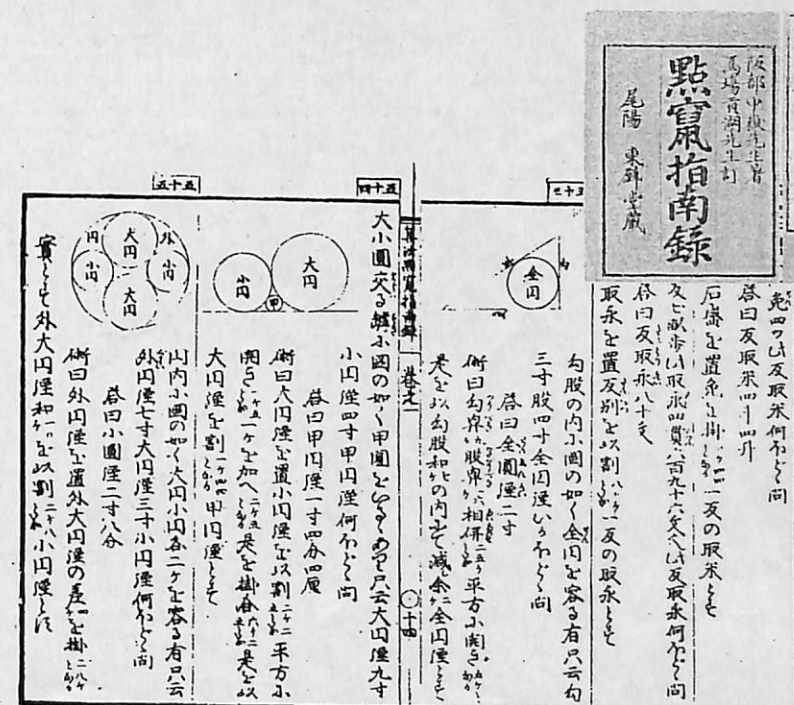
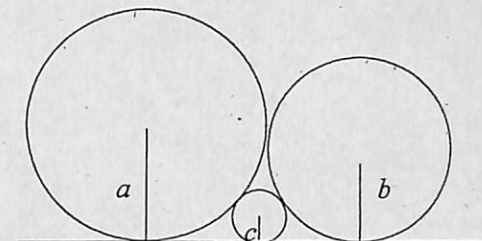
要するに、精神というものは、すでにあるもの、すでにつくられてしまったもの、すでに自分の所有するものには満足しないのであります。精神は常に変化を求めるもの、常に新たなものにあこがれるものであります。しかも単に新しいもの、変わったものを求めるだけではなく、よりよいもの、よりよいものを求めるのであります。よりよいもの、より正しいもの、より美しいもの、それが人間の精神であります。

なお、精神は新しいものを求めますとともに、調和を求めるものであります。変化を求めることと申しましたが、ただ雑然と多くのものがあるということこそ精神は喜びません。ましてものが対立し、矛盾したまま存在することには満足しません。満足しないだけではなく、そのような対立や闘争にはしんぼうがでず、すべてのものに平和と調和を求めるものであります。このようにして精神とは、同一なるもの、無変化するもの、不調和なるものに満足しないだけではなく、さらにみずから進んでその新しいもの、よりよいもの、より調和あるものをみずからつくるものであります。精神によって、新たなもの、よりよいものは生み出されるのであります。精神こそ創造の原理であり、時間と歴史の源泉なのであります。

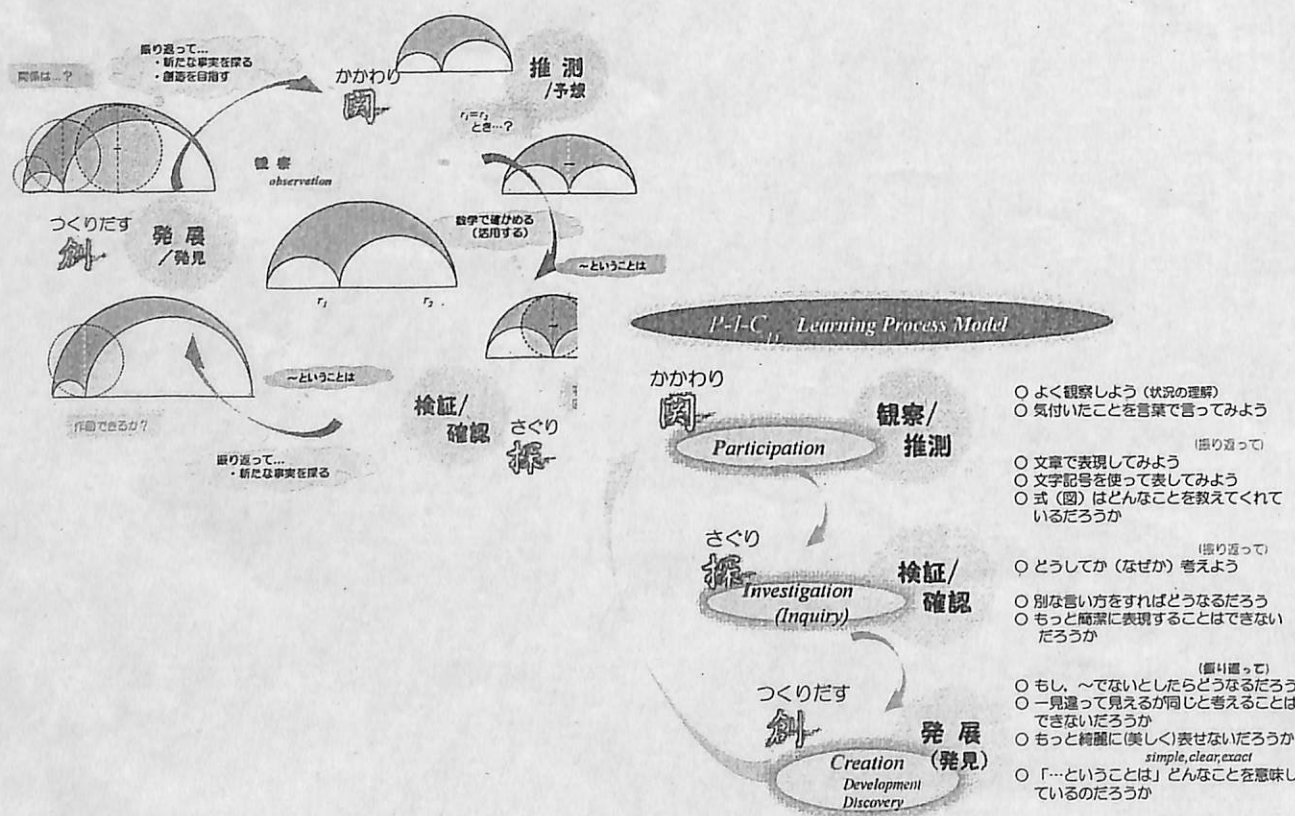
ひとはなぜ考えるのか...

直線及び他の円に接する3つの円

大きい方から小さい順に半径が、
 a, b, c であるとき、 a, b, c の関係は ...



1810



<参考> 【アクティブ・ラーニング】

中央教育審議会 (2012 年 8 月 28 日) の報告書

生涯にわたって学び続ける力、主体的に考える力を持った人材は、学生からみて受動的な教育の場では育成することができない。従来のような知識の伝達・注入を中心とした授業から、教員と学生が意思疎通を図りつつ、一緒になって切磋琢磨し、相互に刺激を与えながら知的に成長する場を創り、学生が主体的に問題を発見し解を見いだしていく能動的学修 (アクティブ・ラーニング) への転換が必要である。

『新たな未来を築くための大学教育の質的転換に向けて～生涯学び続け、主体的に考える力を育成する大学へ～ (答申)』p.10 <http://www.cscd.osaka-u.ac.jp/user/rosaldo/131112AL.html>

文部科学省/国立教育政策研究所

教員による一方向的な講義形式の教育とは異なり、学修者の能動的な学修への参加を取り入れた教授・学習法の総称。学修者が能動的に学修することによって、認知的、倫理的、社会的能力、教養、知識、経験を含めた汎用的能力の育成を図る。発見学習、問題解決学習、体験学習、調査学習等が含まれるが、教室内でのグループ・ディスカッション、ディベート、グループ・ワーク等も有効なアクティブ・ラーニングの方法である。

「用語集」より

http://www.mext.go.jp/component/b_menu/shingi/toushin/_icsFiles/afieldfile/2012/10/04/1325048_3.pdf

前回改訂までの成果

教育基本法の改正を踏まえ、子供たちの「生きる力」の育成をより一層重視。学力については、学校教育法第30条第2項に示された「基礎的な知識及び技能」、「これらを活用して課題を解決するために必要な思考力、判断力、表現力その他の能力」及び「主体的に学習に取り組む態度」の、いわゆる学力の三要素から構成される「確かな学力」の適切なバランス。習得・活用・探究という学習過程の中で、話し合い発表し合うなどの言語活動や、他者、社会、自然・環境と直接的に関わる体験活動等を重視。

検討方向の底支え

「学ぶとはどのようなことか」 ※
「知識とは何か」という科学的な知見

新しい学習指導要領等の在り方

子供たちにどのような力を育むのか ― 理念を明確に。社会に開かれた視点に立ち、学習指導要領等に基づく指導を通じて子供たちが何を身に付けるのかを明確に示す。

そのために、指導すべき個別の内容事項の検討に入る前に、まず学習する子供の視点に立つ。教育課程全体や各教科等の学びを通じて「何ができるようになるのか」という観点から、育成すべき資質・能力を整理。その上で、整理された資質・能力を育成するために「何を学ぶのか」という、必要な指導内容等を検討し、その内容を「どのように学ぶのか」という、子供たちの具体的な学びの姿を考え構成していく

指導方法の不断の見直し ※

学習・指導方法について目指すのは、特定の型の普及ではない。次の学び過程が実現できているかどうか。

- 習得・活用・探究という学習プロセスの中で、問題発見・解決を念頭に置いた深い学びの過程
- 他者との協働や外界との相互作用を通じて、自らの考えを広げ深める、対話的な学びの過程
- 子供たちが見通しを持って粘り強く取り組み、自らの学習活動を振り返って次につなげる、主体的な学びの過程

評価の観点の整理

「知識・理解」
「技能」
「思考・判断・表現」
「関心・意欲・態度」

学校教育法第30条第2項
三要素との関係を更に明確化

(案)
「知識・技能」
「思考・判断・表現」
「主体的に学習に取り組む態度」

各教科・科目等の内容の見直し

①総則

総則は、教育課程編成の基本的な仕組みや配慮事項、各教科等の内容に関する共通的な事項、学校教育法施行規則が規定する年間授業時数等を踏まえた授業時数等の取扱いに関する事項、各学校における指導計画の作成に当たって配慮すべき事項など、各教科等にわたる通則的事項が示され、各教科等をつなぎ教育課程の全体像を示す重要な役割を有する。

今後、教育課程全体を通じて子供たちがどのような資質・能力を身に付けることができるのかを明らかにし、各学校が編成する教育課程において具体化するとともに、新しい教育課程の在り方を広く社会と共有していくためには、総則が果たすべき役割がこれまで以上に重要。

現在と未来に向けて、自らの人生をどのように拓いていくことが求められているのか。また、自らの生涯を生き抜く力を培っていくことが問われる中、学校教育は何を準備しなければならないか。

次期改訂に向けての課題

判断の根拠や理由を示しながら自分の考えを述べることについて課題。自己肯定感や主体的に学習に取り組む態度等が国際的に見て相対的に低い。子供が自らの力を育み、自ら能力を引き出し、主体的に判断し行動するまでには必ずしも十分でない。

解き方があらかじめ定まった問題を効率的に解ける力を育むだけでは不十分。社会の加速度的な変化の中でも、社会的・職業的に自立した人間として、伝統や文化に立脚し、高い志と意欲を持って、蓄積された知識を礎としながら、膨大な情報から何が重要かを主体的に判断し、自ら問いを立ててその解決を目指し、他者と協働しながら新たな価値を生み出していくことができる資質・能力

学習プロセス

学びを通じて子供たちの真の理解、深い理解を促すために、主題に対する興味を喚起して学習への動機付けを行い、目の前の問題に対しては、これまでに獲得した知識や技能だけでは必ずしも十分ではないという問題意識を生じさせ、必要となる知識や技能を獲得し、さらに試行錯誤しながら問題の解決に向けた学習活動を行い、その上で自らの学習活動を振り返って次の学びにつなげるという深い学習のプロセスが重要。 ※

社会に開かれた教育課程

- よい社会づくりを目指すという理念を持ち、教育課程を介してその理念を社会と共有していくこと。
- 社会や世界に向き合い関わり合っていくために求められる資質・能力とは何か、教育課程において明確化していくこと。
- 社会教育との連携を図り、学校教育を学校内に閉じずに、その目指すところを社会と共有・連携しながら実現させること。

育成すべき資質・能力の要素

- ・知識に関するもの
- ・スキルに関するもの
- ・情意（人間性や興味・関心など）に関するもの

身に付けるべき知識

個別の事実に関する知識と、社会の中で汎用的に使うことのできる概念等に関する知識とに区別されるという視点が重要。個々の事実に関する知識を習得することだけが学習の最終的な目的ではなく、新たに獲得した知識が既存の知識と関連付けられ、組み合わせられていく過程で、様々な場面で活用される体系的な概念等として身に付けることが重要である。技能についても同様に、獲得した個別の技能が関連付けられ、様々な場面で活用される複雑な方法として身に付き熟達していくことが重要。 ※

三つの柱

i) 「何を知っているか、何ができるか（個別の知識・技能）」
各教科等に関する個別の知識や技能など

ii) 「知っていること・できることをどう使うか（思考力・判断力・表現力等）」
問題を発見し、その問題を定義し解決の方向性を決定し、解決方法を探して計画を立て、結果を予測しながら実行し、プロセスを振り返って次の問題発見・解決につなげていくこと（問題発見・解決）や、情報を他者と共有しながら、対話や議論を通じて互いの考え方の共通点や相違点を理解し、相手の考えに共感したり多様な考えを統合したりして、協力しながら問題を解決していくこと（協働的問題解決）のために必要な思考力・判断力・表現力等。

iii) 「どのように社会・世界と関わり、よりよい人生を送るか（学びに向かう力、人間性等）」

「アクティブ・ラーニング」の意義

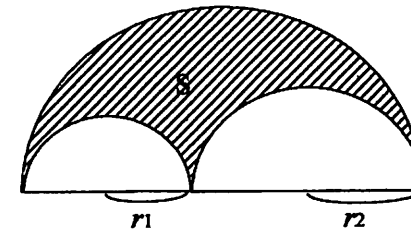
思考力・判断力・表現力等は、思考・判断・表現が発揮される主体的・協働的な問題発見・解決の場面の経験

④算数、数学

学習する楽しさや学習する意義の実感等については、更なる充実を。次期改訂に向けては、小・中・高等学校教育を通じて育成すべき資質・能力を、三つの柱に沿って明確化し、各学校段階を通じて、実社会との関わりを意識した算数的活動・数学的活動の充実等。

また、社会生活などの様々な場面において必要なデータを収集して分析し、その傾向を踏まえて課題を解決したり意思決定をしたりすることが求められており、そのような能力を育成するため、高等学校情報科等との関連も図りつつ、小・中・高等学校教育を通じて統計的な内容の改善を。加えて、高等学校教育においては、… 選択科目「数理探究（仮称）」の設置を。

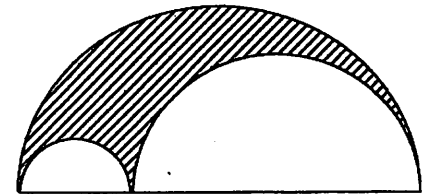
斜線部の面積は …



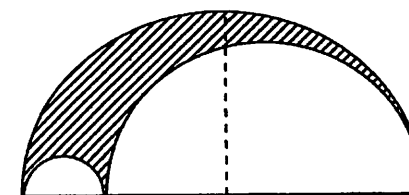
アルペロス
arbelos

$$-\frac{\pi(h_1+h_2)^2}{2} - \frac{\pi h_1^2}{2} - \frac{\pi h_2^2}{2} = \frac{2\pi h_1 h_2}{2} = \underline{\underline{\pi h_1 h_2}}$$

斜線部と同じ面積をもつ円を …



斜線部と同じ面積をもつ円と2つの小円の関係から、どんなことが …



個々の日本人が自分の力で考えなければ、自分自身の人生を主体的に切り開いてゆくことも、企業等の集團、あるいは社会や國家の、新たな、そして自由でより豊かな枠組みを作つてゆくことも、難しいでしょう。

そのような意味で、考える方法や感じる方法の生きた蓄積であるリベラルアーツは、個々人がみずから考え、発想し、自分の道を切り開いてゆくための基盤として、まず第一に必要とされるものではないかと思ひます。

しかし、現代の若者には、かつてに比べてもこうした教養、リベラルアーツが不足しているとの指摘があります。インターネットからいろいろな情報は得ているが、それらを統合する核になるような基本的な知識、方法が不足している。旺盛で幅広い好奇心に欠け、考える力が弱い。物事の本質をとらえる力、異質なものの間に共通点を見出してそれらを統合する力が弱い。マニュアル指向で指示されたことはそつなく効率よくこなせるが、自分で新しいものを作り出すのは苦手。たとえばそうした言葉、苦言を、その指摘が本當に正しいか否かはおくとして、経営者をはじめとする社会のリーダーたちからよく聞きます。

これは、ある意味世界的な傾向、ことにその中でも相対的に豊かないわゆる先進諸國に共通してみられる傾向であり、情報の氾濫や教育・受験制度のあり方等の構造的な問題にも大きな原因があります。

中 略

けれども、その結果として、現代の若者たちが失つてゐるものも多いことは、考へてみる必要があるでしょう。考える力や考える方法、新たな発想、勇氣あるチャレンジ精神、そうしたものは、知性、感性に基礎力がないと、なかなか養われません。そうした基礎力がないと、競争にも弱くなりますし、人が気付いていない領域を見出して新たな視点からそれに挑むことも、難しいでしょう。

中 略

もともとはすぐれた素質をもっているはずの多くの若者たちが、受験・教育制度の問題や情報社会のあり方の問題等によつて、限られた能力しか發揮できない状態にあるとしたら、非常に不幸なことです。

もし、彼らが、獲得してきた知識や情報を断片的な形にとどめず、横断的で幅広い思考の基盤とすることができたなら、また、それらの知識をより深みと広がりのあるものにするための思考の方法や枠組み、発想の方法を知ることができたなら、①パースペクティブ、すなわち広がりや興行きのあるもの、見方と、②ヴィジョン、すなわち洞察力和直感により本質をつかむものの見方（これらは僕自身の定義です）、その双方を獲得することができ、その結果、もっている能力を存分に生かすことが可能になるでしょう。

瀬木 比呂志「リベラルアーツの学び方」 *ディスカヴァー・ア・トウェンティワン*
pp.8-11. 2015.5.30.

1) パラールーツ
 実践的な意味における生きた教養を身に付け、自分のものとして消化する、そして、それらを横断的に結びつけることによって広い視野や独自の視点を獲得し、そこから得た発想を生かして新たな仕事や企画にチャレンジし、また、みずからの人生をより深く意義のあるものにする、そうしたことのために学ぶべき事柄

同書 p.4.

